Domácí úkol 8 – určitý integrál:

Výpočet určitého integrálu:

1. Vypočítejte integrály (a rozhodněte zda integrál je Reimannův nebo Newtonův):

$$\int_2^{1+\sqrt{3}} \frac{1}{x^2-2x+2}\,dx \;;\; \int_2^3 \frac{1}{1-x^2}\,dx \;;\; \int_1^e x\ln^2 x\,dx \;;\; \int_0^1 \arcsin x\,dx \;;\; \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{1+x}}\,dx \;;\; \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx\,.$$

A nepovinný příklad (trošku „těžší“):

2.(*) $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{1}{1+3\cos^2 x}\,dx$

Aplikace určitého integrálu:

1. Vypočítejte obsah rovinné oblasti ω, kde $\omega=\left\{\,[x,y];\ 0\le x\le 1,\ 0\le y\le \exp\left(\sqrt{x}\right)\right\}$.
   Návod: Výpočet začněte substitucí $t=\sqrt{x}$.

2. Vypočítejte obsah omezené rovinné oblasti ω , která je ohraničená grafy funkcí $y=x$ a $y=arctg\ x$ a přímkou $x=1$.

3. Spočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinné oblasti ω kolem osy x, kde
$$\omega=\left\{[x,y];\ -\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2},\ 0\le y\le\cos x\right\}\ .$$

A navíc, chcete-li : užití věty o substituci a vlastností R- integrálu:

Ukažte, že platí :

i) je-li $f\in R(-a,a)$, $a>0$, f je funkce lichá, pak $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\,dx=0$;

ii) je-li $f\in R(-a,a)$, $a>0$, f je funkce sudá , pak $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\,dx=2\int_0^a f(x)\,dx$;